

PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS ÓPTICAS EN LA FIBRA ÓPTICA ESCALONADA.

DESCRIPCIÓN CON LAS ECUACIONES DE MAXWELL.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}; \nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}; \nabla \cdot \vec{D} = 0; \nabla \cdot \vec{B} = 0$$

ECUACIONES MATERIALES: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}; \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}$

• **M**=POLARIZACIÓN MAGNÉTICA.

• **P**=POLARIZACIÓN ELÉCTRICA.

EN EL SÍLICE **M=0**. NO MAGNÉTICO.

EVALUACIÓN FÍSICA DE **P**

• CERCA DE LA RESONANCIA DEL MEDIO.

CONSIDERACIONES MECÁNICO-CUÁNTICAS

• LEJOS DE LA RESONANCIA DEL MEDIO. EN LA REGIÓN DE BAJA ATENUACIÓN DE 0,5 A 2μm.

• LA RELACIÓN ENTRE **P** Y **E** ES NO LINEAL.

RELACIÓN ENTRE **P** Y **E**

$$\vec{P}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \int_{-\infty}^{\infty} \chi(\vec{r}, t - t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt'$$

χ = TENSOR. SUSCEPTIBILIDAD LINEAL.
 ESCALAR EN UN MEDIO HOMOGÉNEO.

LA ECUACIÓN DE ONDA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

LA ECUACIÓN DE ONDA CON LAS ECUACIONES DE MAXWELL:

$$\nabla \times \nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{1}{C^2} \frac{\partial^2 \vec{\mathbf{E}}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}; \quad C = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$$

LA TRANSFORMADA DE FOURIER;

$$\hat{\vec{\mathbf{E}}}(\vec{\mathbf{r}}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \vec{\mathbf{E}}(\vec{\mathbf{r}}, t) e^{j\omega t} dt; \quad \hat{\mathbf{P}}(\vec{\mathbf{r}}, \omega) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{P}(\vec{\mathbf{r}}, t) e^{j\omega t} dt$$

$$\nabla \times \nabla \times \hat{\vec{\mathbf{E}}} = -\epsilon(\vec{\mathbf{r}}, \omega) \frac{\omega^2}{C^2} \hat{\vec{\mathbf{E}}}$$

LA CONSTANTE DIELÉCTRICA DEPENDIENTE DE LA FRECUENCIA

$$\epsilon(\vec{\mathbf{r}}, \omega) = 1 + \hat{\chi}(\vec{\mathbf{r}}, \omega)$$

$$\hat{\chi}(\vec{\mathbf{r}}, \omega) = \text{TRANSFORMADA DE FOURIER DE } \chi(\vec{\mathbf{r}}, t)$$

LA CONSTANTE DIELÉCTRICA $\epsilon(\vec{\mathbf{r}}, \omega)$ ES COMPLEJA.

$$\epsilon(\vec{\mathbf{r}}, \omega) = \left(n + j \frac{\alpha C}{2\omega} \right)^2; \quad n = \left(1 + \text{Re} \left\{ \hat{\chi} \right\} \right)^{1/2}; \quad \alpha = \left(\frac{\omega}{nC} \right) \text{Im} \left\{ \hat{\chi} \right\}$$

n=PARTE REAL DE ϵ . ÍNDICE DE REFRACCIÓN

α =COEFICIENTE DE ABSORCIÓN.

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.

SIMPLIFICACIONES:

1. PARA FIBRA ÓPTICA CON MUY BAJA ATENUACIÓN ϵ ES REAL.
2. $n(\vec{r}, \omega)$ EN LA FIBRA ESCALONADA ES INDEPENDIENTE DE \vec{r}

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = -\nabla^2 \vec{E}$$

LA ECUACIÓN DE ONDA EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA.

PARA VARIACIONES DE n ALEJADAS DE LA LONGITUD DE ONDA

$$\nabla^2 \vec{E} + n^2(\omega) k_0^2 \vec{E} = 0$$

k_0 ES EL VECTOR DE ONDA DEL ESPACIO LIBRE.

$$k_0 = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$$

λ = LONGITUD DE ONDA ÓPTICA, OSCILANDO A LA FRECUENCIA ω

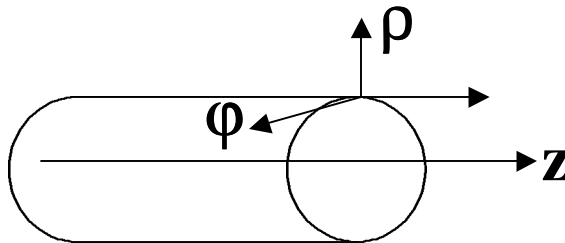
EL MODO DE TRANSMISIÓN ÓPTICO

- RELACIONADA CON UNA SOLUCIÓN ESPECÍFICA DE LA ECUACIÓN DE ONDA ÓPTICA.
- PARA CADA MODO SE CUMPLE CONDICIONES DE FRONTERA ESPECÍFICAS.
- LA DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DEL CAMPO ÓPTICO, NO VARÍA CON LA PROPAGACIÓN.

CLASIFICACIÓN DE LOS MODOS DE TRANSMISIÓN

- GUIADOS, DE ESCAPE, DE RADIACIÓN

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA EN COORDENADAS CILÍNDRICAS ρ, φ, z



$$\frac{\partial^2 E_z}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial E_z}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 E_z}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} + n^2 k_0^2 E_z = 0$$

LAS COMPONENTES DE CAMPO DE LA ONDA ÓPTICA

$$E_\rho, H_\rho, E_\varphi, H_\varphi, E_z, H_z.$$

LA COMPONENTE DEL CAMPO ELÉCTRICO:
SEPARACIÓN DE VARIABLES:

$$E_z(\rho, \varphi, z) = F(\rho)\Phi(\varphi)Z(z)$$

SOLUCIÓN DE LA ECUACIÓN DE ONDA EN COORDENADAS CILÍNDRICAS
 ρ, φ, z

SOLUCIÓN PARA z :

$$\frac{d^2 Z(z)}{dz^2} + \beta^2 Z(z) = 0 \Rightarrow Z(z) = e^{j\beta z}$$

β = CONSTANTE DE PROPAGACIÓN

SOLUCIÓN PARA φ :

$$\frac{d^2 \Phi(\varphi)}{d\varphi^2} + m^2 \Phi(\varphi) = 0 \Rightarrow \Phi(\varphi) = e^{jm\varphi}$$

m = VALOR ENTERO

EL CAMPO ES PERIÓDICO EN φ CON UN PERÍODO DE 2π .

SOLUCIÓN PARA ρ :

LA ECUACIÓN DIFERENCIAL DE LAS FUNCIONES DE BESSEL

$$\frac{d^2 F}{d\rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{dF}{d\rho} + \left(n^2 k_0^2 - \beta^2 - \frac{m^2}{\rho^2} \right) F = 0$$

SOLUCIÓN GENERAL EN EL NÚCLEO:

$$F(\rho) = A J_m(\kappa\rho) + A' Y_m(\kappa\rho) \text{ para } \rho \leq a$$

SOLUCIÓN GENERAL EN EL REVESTIMIENTO:

$$F(\rho) = C K_m(\gamma\rho) + C' I_m(\gamma\rho) \text{ para } \rho > a$$

$A, A', C, C' = \text{CONSTANTES}$

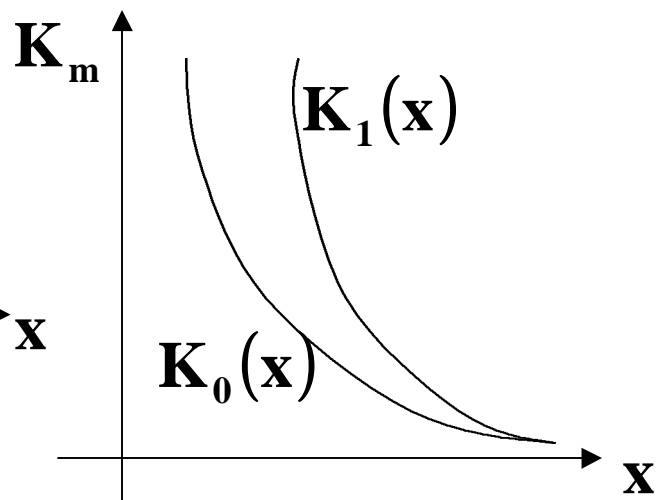
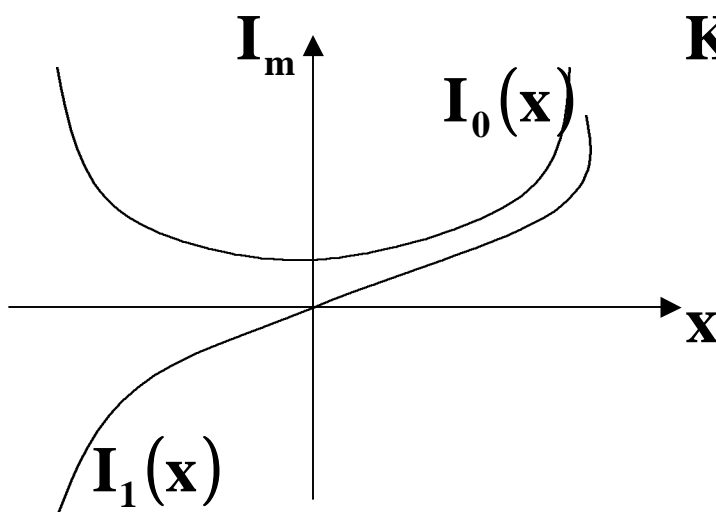
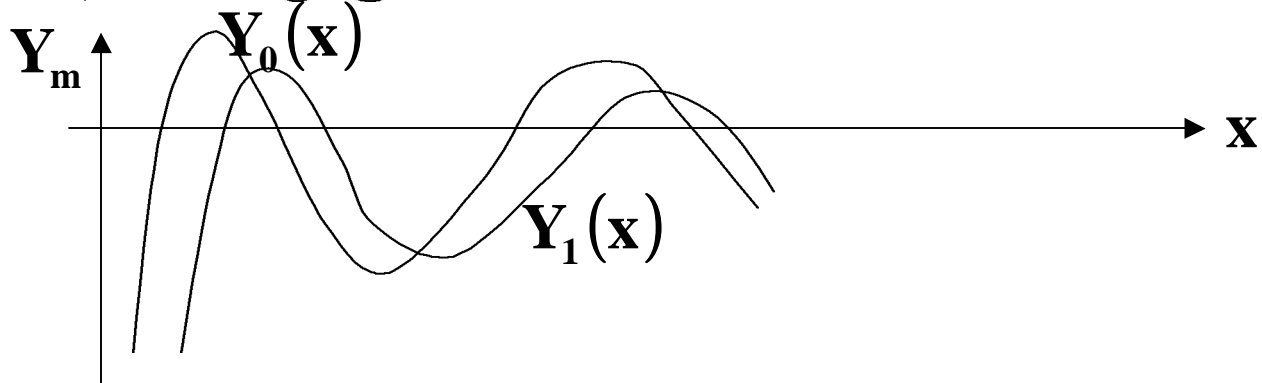
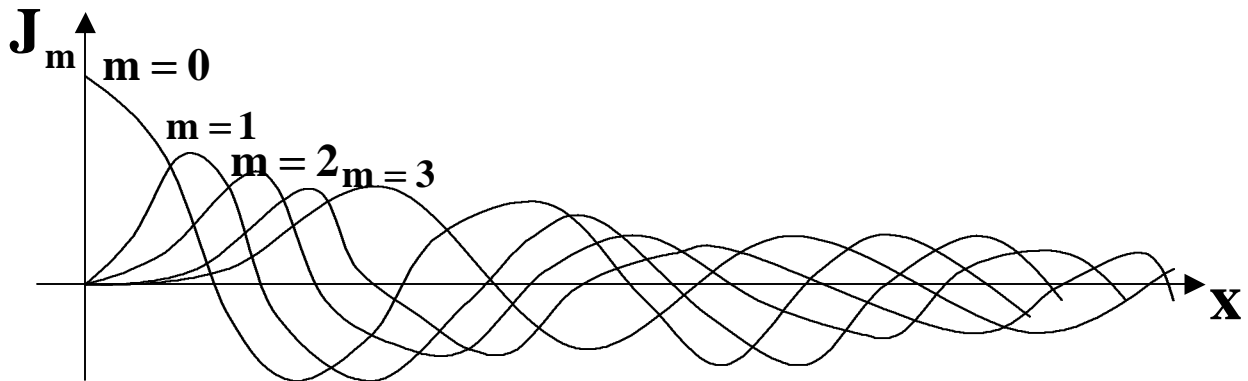
FUNCIONES DE BESSEL

J_m DE PRIMERA CLASE Y ORDEN m .

Y_m DE SEGUNDA CLASE Y ORDEN m .

I_m MODIFICADAS DE PRIMERA CLASE Y ORDEN m .

K_m MODIFICADAS DE SEGUNDA CLASE Y ORDEN m .



LOS PARÁMETROS κ y γ SE DEFINE:

$$\kappa^2 = n_1^2 k_0^2 - \beta^2; \quad \gamma^2 = \beta^2 - n_2^2 k_0^2$$

SIMPLIFICACIÓN CONSIDERANDO LAS CONDICIONES DE FRONTERA PARA UN MODO GUIADO:

1. EL CAMPO ÓPTICO DE UN MODO GUIADO ES FINITO PARA $\rho=0$
2. EL CAMPO ÓPTICO DE UN MODO GUIADO TIENDE A CERO PARA $\rho \rightarrow \infty$

LA SOLUCIÓN GENERAL DE LA ECUACIÓN DE ONDA
EN EL NÚCLEO:

$$E_z = A J_m(\kappa \rho) e^{jm\phi} e^{j\beta z} \text{ para } \rho \leq a$$

EN EL REVESTIMIENTO:

$$E_z = C K_m(\gamma \rho) e^{jm\phi} e^{j\beta z} \text{ para } \rho > a$$

POR UN MÉTODO SIMILAR:
LA INTENSIDAD DE CAMPO MAGNÉTICO:

EN EL NÚCLEO:

$$H_z = B J_m(\kappa \rho) e^{jm\phi} e^{j\beta z} \text{ para } \rho \leq a$$

EN EL REVESTIMIENTO:

$$H_z = D K_m(\gamma \rho) e^{jm\phi} e^{j\beta z} \text{ para } \rho > a$$

LAS COMPONENTES: $\mathbf{E}_\rho, \mathbf{E}_\phi, \mathbf{H}_\rho, \mathbf{H}_\phi$.
EN FUNCIÓN DE \mathbf{E}_z , y \mathbf{H}_z

EN EL NÚCLEO:

$$\mathbf{E}_\rho = \frac{j}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial \rho} + \mu_0 \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial \phi} \right); \mathbf{E}_\phi = \frac{j}{\kappa^2} \left(\frac{\beta}{\rho} \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial \phi} - \mu_0 \omega \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial \rho} \right);$$

$$\mathbf{H}_\rho = \frac{j}{\kappa^2} \left(\beta \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial \rho} - \epsilon_0 n^2 \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial \phi} \right); \mathbf{H}_\phi = \frac{j}{\kappa^2} \left(\frac{\beta}{\rho} \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial \phi} + \epsilon_0 n^2 \omega \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial \rho} \right);$$

EN EL REVESTIMIENTO:

$$\mathbf{E}_\rho = -\frac{j}{\gamma^2} \left(\beta \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial \rho} + \mu_0 \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial \phi} \right); \mathbf{E}_\phi = -\frac{j}{\gamma^2} \left(\frac{\beta}{\rho} \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial \phi} - \mu_0 \omega \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial \rho} \right);$$

$$\mathbf{H}_\rho = -\frac{j}{\gamma^2} \left(\beta \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial \rho} - \epsilon_0 n^2 \frac{\omega}{\rho} \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial \phi} \right); \mathbf{H}_\phi = -\frac{j}{\gamma^2} \left(\frac{\beta}{\rho} \frac{\partial \mathbf{H}_z}{\partial \phi} + \epsilon_0 n^2 \omega \frac{\partial \mathbf{E}_z}{\partial \rho} \right);$$

LA CONDICIÓN DE FRONTERA DE LA CONTINUIDAD DE LAS
COMPONENTES TANGENCIALES DE \mathbf{E} y \mathbf{H} EN LA INTERFASE
 $\rho=a$

•SE DETERMINAN LAS CONSTANTES **A, B, C, D**

ECUACIÓN DE VALORES EIGEN PARA LOS PARÁMETROS:

k_0, a, n_1 y n_2

$$\left[\frac{J'_m(\kappa a)}{\kappa J_m(\kappa a)} + \frac{K'_m(\gamma a)}{\gamma K_m(\gamma a)} \right] \left[\frac{J'_m(\kappa a)}{\kappa J_m(\kappa a)} + \frac{n_2^2}{n_1^2} \frac{K'_m(\gamma a)}{\gamma K_m(\gamma a)} \right] = \left[\frac{2m\beta(n_1 + n_2)}{a\kappa^2\gamma^2} \right]^2$$

J'_m, K'_m : PRIMERAS DERIVADAS

**SE SOLUCIONA NUMÉRICAMENTE PARA
DETERMINAR LA CONSTANTE DE PROPAGACIÓN β**

MODOS DE PROPAGACIÓN DE LA FIBRA ÓPTICA

SOLUCIONES MÚLTIPLES PARA CADA **m**.

β_{mn} PARA CADA **m** ENTERO: **n=1,2,3,4,5,....**
ES UN MODO DE PROPAGACIÓN

LA DISTRIBUCIÓN EN EL ESPACIO DEL MODO SE OBTIENE DE LAS SOLUCIONES

$$\mathbf{E}_z, \mathbf{H}_z, \mathbf{E}_\phi, \mathbf{H}_\phi, \mathbf{E}_\rho, \mathbf{H}_\rho$$

NO VARÍA CON LA PROPAGACIÓN.

EL MODO DE PROPAGACIÓN HÍBRIDA

EN LAS ONDAS ÓPTICAS **E_z** y **H_z** SON DIFERENTE DE CERO

H_z DOMINANTE: **HE_{mn}**. **E_z** DOMINANTE: **EH_{mn}**.

MODOS TRANSVERSALES

ELÉCTRICO **H_z>E_z**; **m=0** y **E_z=0**: **TE_{on}**

MAGNÉTICO **E_z>H_z**; **m=0** y **H_z=0**: **TM_{on}**.

ÍNDICE MODAL O ÍNDICE EFECTIVO \hat{n}

PARA CADA MODO DE PROPAGACIÓN \hat{n}

$$\hat{n} = \frac{\beta}{k_0}; \quad n_1 > \hat{n} > n_2$$

EL MODO SE PROPAGA:

ATENUACIÓN EXPONENCIAL:

$$\hat{n} \leq n_2$$

EL MODO NO SE PROPAGA:

SIN ATENUACIÓN EXPONENCIAL:

$$\hat{n} \geq n_2$$

CORTE DEL MODO:

$$\hat{n} = n_2$$